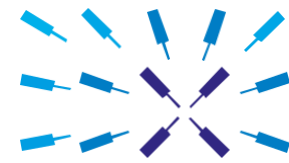


Принципы детектирования синхронных усилителей



Zurich
Instruments

Дата публикации: ноябрь 2016 года

Введение

Синхронные усилители были изобретены в 1930 - х годах [1,2,3] и коммерциализированы [4] в середине 20-го века как электрические приборы, способные извлекать амплитуды и фазы сигналов в чрезвычайно шумных средах (см. Рис.1). Они используют гомодинную схему обнаружения и низкочастотную фильтрацию для измерения амплитуды и фазы сигнала относительно периодического опорного сигнала. Синхронное измерение извлекает сигналы в определенной полосе частот вокруг опорной частоты, эффективно отбрасывая все остальные частотные компоненты. Лучшие приборы на рынке сегодня имеют динамический запас в 120 дБ [5], что означает, что они способны точно измерять сигнал при наличии шума до миллиона раз выше по амплитуде, чем интересующий сигнал. За десятилетия разработки исследователи нашли много различных способов использования синхронных усилителей. Наиболее широко они используются в качестве прецизионных измерителей напряжения и фазы переменного тока, блоков измерения шума, импедансных спектроскопов, анализаторов цепей, спектральных анализаторов и фазовых детекторов в контурах фазовой автоподстройки частоты. Области исследований включают почти все шкалы длин и температур, такие как наблюдение короны при полном солнечном свете [6], измерение дробного квантового эффекта Холла [7] или прямое изображение характеристик связи между атомами в молекуле [8]. Синхронные усилители чрезвычайно универсальны. Будучи столь же важными, как анализаторы спектра и осциллографы, они являются рабочими лошадками во всех видах лабораторных установок, от физики до инженерных наук и наук о жизни. Как и в случае с самыми мощными инструментами, только четкое понимание принципов работы и функций позволяет пользователю получить максимальную отдачу от него и успешно проектировать эксперименты. Этот документ содержит краткое введение в принципы синхронного усиления и объясняет наиболее важные параметры измерений. Метод синхронного детектирования описан как во временной, так и в частотной области. Кроме того, подробно излагаются детали

того, как можно использовать модуляцию сигнала для улучшения отношения сигнал-шум (SNR) при сохранении низкого времени обнаружения сигнала. Наконец, обсуждаются последние инновации и описывается современное состояние техники.

Принцип работы синхронного усилителя

Синхронные усилители используют знания о временной зависимости сигнала, чтобы извлечь его из шумного фона. Синхронный усилитель выполняет умножение своего входного сигнала на опорный сигнал, также иногда называемое понижающим смещением или гетеродинным/гомодинным детектированием, а затем применяет к результату регулируемый фильтр нижних частот. Этот метод называется демодуляцией или фазовым детектированием и изолирует сигнал на интересующей частоте от всех других частотных составляющих. Опорный сигнал либо генерируется самим синхронным усилителем, либо подается на синхронный усилитель и экспериментальное устройство от внешнего источника.

Опорный сигнал обычно представляет собой синус, но может иметь и другие формы. Демодуляция чистым синусоидальным сигналом позволяет проводить селективное измерение на фундаментальной частоте или на всех ее гармониках. Некоторые приборы используют прямоугольный сигнал [9], который также захватывает все нечетные гармоники сигнала и, следовательно, потенциально вносит систематические погрешности измерений.

Чтобы понять синхронное детектирование, мы рассмотрим

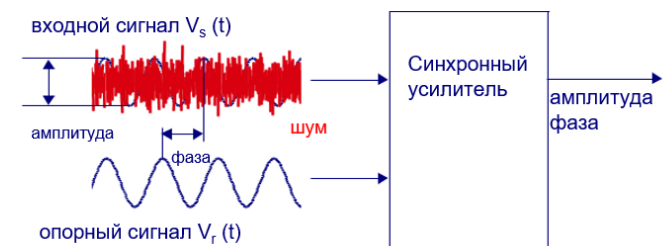


Рисунок 1. Синхронные усилители способны измерять амплитуду и фазу сигнала относительно определенного опорного сигнала, даже если сигнал полностью погружен в шум.

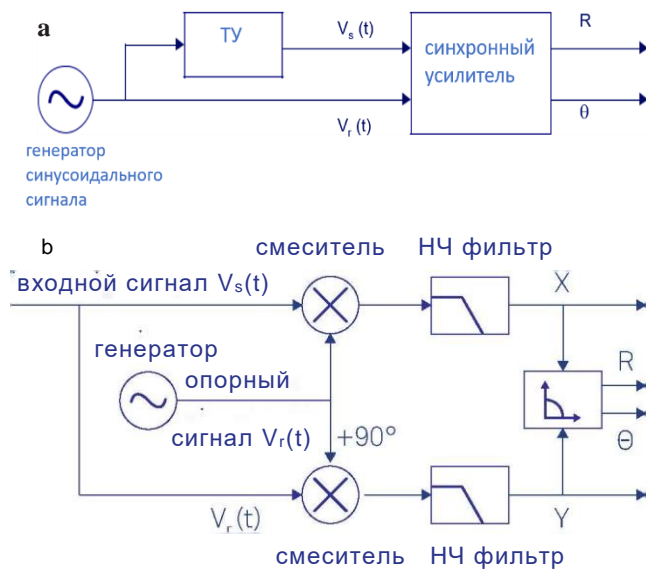


Рисунок 2. (а) Пример типичного синхронного измерения. Синусоидальный сигнал подается на вход тестируемого устройства и служит в качестве опорного сигнала. Отклик тестируемого устройства (ТУ) анализируется синхронным усилителем, который выводит амплитуду и фазу сигнала относительно опорного сигнала. (б) Схема синхронного усиления: входной сигнал умножается на опорный сигнал и на версию опорного сигнала с фазовым сдвигом на 90°. Выходы смесителя фильтруются на низких частотах, чтобы отбросить шум и компонент 2ω, и, наконец, преобразуются в полярные координаты.

временную и частотную области, сначала для смешения, а затем для процесса фильтрации.

Двухфазная демодуляция

В типовом эксперименте на тестируемое устройство подается синусоидальный сигнал, как показано на Рис.2 (а). Отклик прибора $V_s(t)$, а также опорный сигнал $V_r(t)$ используются синхронным усилителем для определения амплитуды R и фазы θ . Это достигается с помощью так называемой двухфазной схемы демодуляции, как показано на рисунке 2 (б). Входной сигнал разделяется и отдельно перемножается с опорным сигналом и его фазовой копией, сдвинутой на 90°. Выходы смесителей проходят через настраиваемые фильтры нижних частот, в результате чего образуются два выхода X и Y , называемые синфазной и квадратурной составляющими. Амплитуда R и фаза θ легко выводятся из X и Y путем преобразования декартовых координат в полярные координаты с использованием соотношения

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{X^2 + Y^2}, \\ \Theta &= \text{atan2}(Y, X). \end{aligned} \quad (1)$$

Обратите внимание, что для того, чтобы иметь выходной диапазон для фазового угла, который охватывает все четыре квадранта, т. е. $(-\pi, \pi]$, вместо atan используется atan2 .

На рис. 2 (б) показано, что синхронный усилитель должен разделять входной сигнал, чтобы демодулировать его с двумя различными фазами. В отличие от аналоговых приборов, цифровая технология преодолевает любые потери в SNR и расогласование между каналами при разделении сигнала.

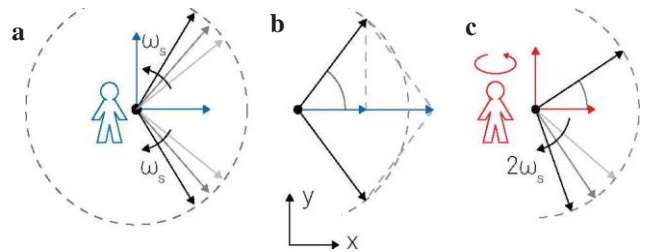


Рисунок 3. Процесс демодуляции представлен в комплексной плоскости. (а) Входной сигнал $V_s(t)$ может быть выражен как сумма двух встречно вращающихся векторов. (б) Проекция на ось x складываются, тогда как проекции на мнимую ось y взаимно сокращают друг друга. (с) Во вращающейся системе координат вектор, движущийся против часовой стрелки, стоит неподвижно, а вектор, движущийся по часовой стрелке, вращается с удвоенной угловой скоростью наблюдателя. Обратите внимание, что по условию Θ является положительным, если вектор, вращающийся против часовой стрелки, находится впереди опоры.

Смещение сигналов во временной области

Комплексные числа обеспечивают элегантный математический формализм для расчета процесса демодуляции. Мы используем элементарный тригонометрический закон

$$\cos(x) = \frac{1}{2}e^{+ix} + \frac{1}{2}e^{-ix} \quad (2)$$

чтобы переписать входной сигнал $V_s(t)$ как сумму двух векторов в комплексной плоскости, каждый из которых длиной $R/\sqrt{2}$ вращается с одинаковой скоростью ω_s , один по часовой стрелке, а другой против часовой стрелки:

$$\begin{aligned} V_s(t) &= \sqrt{2}R\cos(\omega_s t + \theta) = \\ &= \frac{R}{\sqrt{2}}e^{+i(\omega_s t + \theta)} + \frac{R}{\sqrt{2}}e^{-i(\omega_s t + \theta)} \end{aligned} \quad (3)$$

В графическом представлении, представленном на рис. 3 (а) и (б), видно, что сумма векторов, проецируемая на ось x - действительную часть, точно равна $V_s(t)$, тогда как сумма векторов, проецируемая на ось y - мнимую часть, всегда равна нулю.

Двухфазное понижающее смешение математически выражается как умножение входного сигнала на комплексный опорный сигнал

$$V_r(t) = \sqrt{2}e^{-i\omega_r t} = \sqrt{2}\cos(\omega_r t) - i\sqrt{2}\sin(\omega_r t) \quad (4)$$

Комплексный сигнал после смешивания задается следующим образом:

$$\begin{aligned} Z(t) &= X(t) + iY(t) = V_s(t)V_r(t) = \\ &= R[e^{i[(\omega_s - \omega_r)t + \theta]} + e^{-i[(\omega_s + \omega_r)t + \theta]}] \end{aligned} \quad (5)$$

с компонентами сигнала при сумме и разности частот сигнала и опорной частоты. На рисунке Рис.3 (с) сложное смешение эквивалентно наблюдателю, расположенному в начале координат и вращающемуся против часовой стрелки с частотой ω_r .

В глазах этого наблюдателя две стрелки вращаются с разными угловыми скоростями $\omega_s - \omega_r$ и $\omega_s + \omega_r$, причем стрелка $\omega_s + \omega_r$ вращается гораздо быстрее, если сигнал и опорные частоты близки.

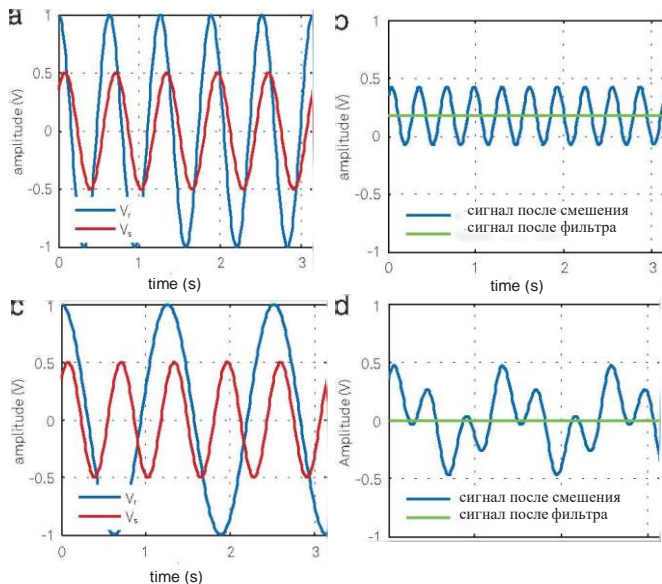


Рисунок 4. (а) Входной сигнал V_s (красный) с пиковой амплитудой 0,5 В умножается на опорный сигнал V_r (синий) на той же частоте, (б) Результирующий сигнал имеет смещение постоянного тока и частотную составляющую на удвоенной частоте V_s и V_r . Значение постоянного напряжения равно 0,17 В, что является синфазной составляющей X входного сигнала. (с) Входной сигнал V_s умножается на эталонный V_r на другой частоте. (d) Результирующий сигнал имеет частотные компоненты на $f_s - f_r$ и $f_s + f_r$. Средний сигнал всегда равен нулю.

Последующая фильтрация математически выражается как усреднение движущихся векторов во времени, обозначенное угловыми скобками $\langle \dots \rangle$. Фильтрация удаляет быстро вращающийся член $\text{at } |\omega_s + \omega_r|$ путем установки $\langle \exp[-i(\omega_s + \omega_r)t + i\theta] \rangle = 0$. Усредненный сигнал после демодуляции становится

$$Z(t) = R \cdot e^{i[\omega_s - \omega_r]t + \theta} \quad (6)$$

В случае равных частот $\omega_s = \omega_r$ это еще больше упрощает задачу

$$(e) = R \cdot e^{i\theta} \quad (7)$$

Уравнение 7 представляет собой демодулированный сигнал и основной выход синхронного усилителя: при абсолютном значении $|Z| = R$ дает нам среднеквадратичную амплитуду сигнала, а его аргумент $\arg(Z) = \theta$ задается фазой входного сигнала относительно опорного сигнала.

Действительная и мнимая части демодулированного сигнала $Z(t)$ - это синфазная составляющая X и квадратурная составляющая Y , они получены по формуле Эйлера $\exp(i\omega_s t) = \cos(\omega_s t) + i \cdot \sin(\omega_s t)$ в виде:

$$\begin{aligned} X &= \text{Re}(Z) = \langle V_s(t) \cos(\omega_s t) \rangle = R \cos\theta, \\ Y &= \text{Im}(Z) = -\langle V_s(t) \sin(\omega_s t) \rangle = R \sin\theta. \end{aligned} \quad (8)$$

В графическом представлении $\omega_s = \omega_r$ означает, что вектор, вращающаяся против часовой стрелки, будет находиться в состоянии покоя. Другой вектор вращается по часовой стрелке с удвоенной частотой, т. е. $-2\omega_s$, и часто называется компонентом 2ω . Фильтр низких частот, как правило, вырезает полностью компонент 2ω .

Рисунок 4 иллюстрирует различные сигналы до и после смешения и фильтрации, как они выглядели бы на осциллографе. На рис. 4 (а) показан пример синусоидальных

сигналов V_s и V_r во времени, имеющих точно такие же частоты ω_s и ω_r . В сигнале после смешения, на синем графике на Рис. 4 (b), доминирует компонент 2ω . После фильтрации (зеленый график) остается только постоянная составляющая, которая равна синфазной амплитуде X сигнала V_s . Если частота сигнала и опорная частота отклоняются, как показано на Рис. 4 (с), то результирующий сигнал после смешения уже не является простой синусоидой и усредняется до нуля после фильтрации, как показано на Рис.4 (d). Это идеальный пример синхронного детектирования, который исключительно извлекает сигналы, когерентные с опорной частотой, и отбрасывает все остальные.

Смещение сигналов в частотной области

Для переключения между временной и частотной областями мы используем преобразование Фурье [10]. Преобразование Фурье является линейным и преобразует синусоидальную функцию с частотой f_0 во временной области в дельта-функцию Дирака $\delta(f-f_0)$ в частотной области, т. е. одиночный пик на частоте f_0 в спектре. Поскольку любой периодический сигнал может быть выражен в виде суперпозиции синусов и косинусов [11], преобразования сигналов, состоящих всего из нескольких спектральных составляющих, часто могут быть интуитивно поняты.

На рис. 5(а) показана зашумленная синусоида, представленная во временной области, которая затем подвергается преобразованию Фурье в частотную область на Рис.5 (b). Синусоидальный сигнал проявляется в виде пика как при $+f_s$, так и при $-f_s$ в спектре. Меньший пик на нулевой частоте вызван смещением постоянного тока входного сигнала. Синий график на рисунке 5 (с) представляет сигнал во временной области после смешения. Соответствующий спектр, показанный на Рис.5 (d), по существу, является копией спектра в (b), сдвинутого опорной частотой f_r в сторону более низких частот. Фильтрация нижних частот обозначается в виде пунктирного красного следа в (d) и выбирает частоты до определенной полосы пропускания фильтра f_{BW} . Выходной сигнал, красный график на (с), является постоянной составляющей спектра, визуализируемого в (d) плюс вклад шума в пределах полосы пропускания фильтра $|f| < f_{BW}$. Из этого рисунка видно, что для эффективного подавления смещений во входном сигнале требуется полоса пропускания фильтра, значительно меньшая, чем частота сигнала f_s . В следующих разделах мы будем подробнее обсуждать критерии выбора соответствующих характеристик фильтра в случае конкретного эксперимента.

Фильтрация нижних частот в частотной области

Фильтрацию нижних частот мы начинаем с рассмотрения частотной области, поскольку для большинства фильтров существует простая зависимость между входящим сигналом $Q_{in}(\omega)$ и фильтруемым сигналом $Q_{out}(\omega)$, заданная

$$Q_{out}(\omega) = H(\omega) Q_{in}(\omega). \quad (9)$$

$H(\omega)$ называется передаточной функцией фильтра. $Q_{in}(\omega)$ и $Q_{out}(\omega)$ - это преобразования Фурье

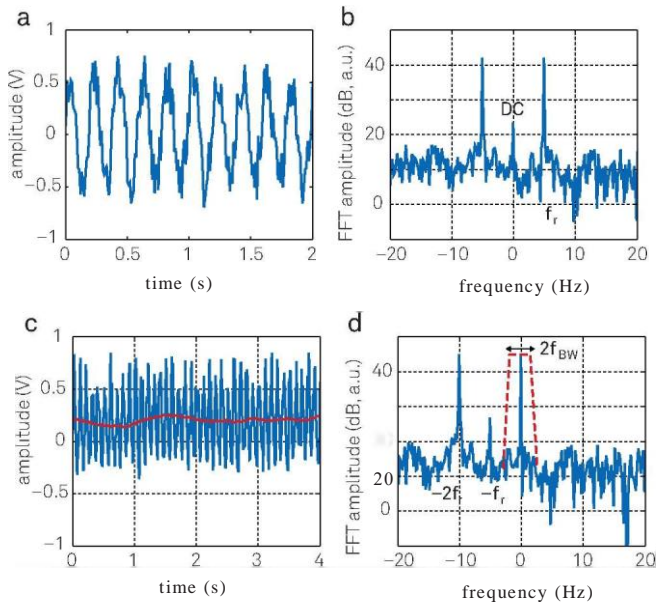


Рисунок 5. Связь между представлением во временной и частотной областях до и после демодуляции. (а) Синусоидальный входной сигнал, наложенный на шум, отображаемый во времени. (б) Тот же сигнал, что и в (а) представлен в частотной области. (с) После смещения с опорным сигналом (синий график) и фильтрации нижних частот (красный график), сохраняется спектр сигнала вплоть до f_{BW} . (д) В частотном представлении смещение частот смещает частотные компоненты на $-f_r$. Затем фильтр выбирает узкую полосу f_{BW} около нуля. Обратите внимание на составляющую на частоте $-f_s$, которая получается от смещения и $1/f$ шума во входном сигнале. Для получения точных измерений этот компонент должен быть подавлен правильной фильтрацией.

входного сигнала $Q_{in}(t)$ и выходного сигнала $Q_{out}(t)$ соответственно.

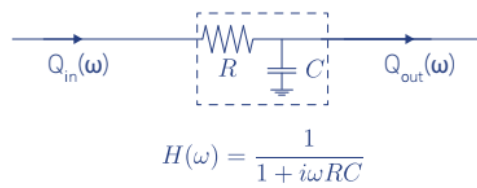
Чтобы полностью отбросить нежелательные части спектра, можно было бы предположить, что идеальный фильтр должен беспрепятственно пропустить сигналы на всех частотах ниже f_{BW} , т. е. внутри полосы пропускания, и не пропустить сигналы на других частотах, т. е. внутри полосы подавления. К сожалению, такие идеализированные "прямоугольные фильтры" невозможны, поскольку их импульсная характеристика простирается во времени от $-\infty$ до $+\infty$, что делает их нереализуемыми. В качестве основного приближения рассмотрим модель RC-фильтра, см. рис. 6. Этот тип

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad (10)$$

где $\tau = RC$ называется постоянной времени фильтра с сопротивлением R и емкостью C . Синие графики на рис. 7 (а) и (б) показывают эту передаточную функцию на графиках Боде, $20\log|H(2\pi f)|$ и $\arg[H(2\pi f)]$ как функции $\log(f)$.

Из синей кривой на рис. 7 (а) можно сделать вывод, что затухание растет в десять раз, при каждом десятикратном увеличении частоты выше f_{3dB} . Это равно 6 дБ/октава (20 дБ/декада), что соответствует уменьшению амплитуды в 2 раза при каждом удвоении частоты. Частота среза f_{3dB} определяется как частота, при которой мощность сигнала уменьшается на -3 дБ или на

а First-order RC low-pass filter



б Higher-order RC low-pass filter

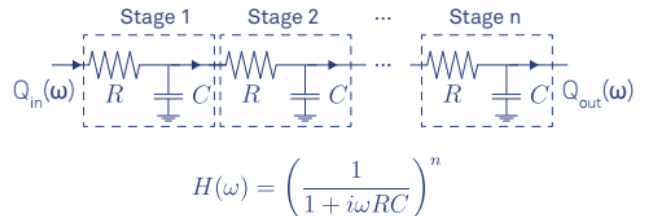


Рисунок 6. (а) RC-фильтр первого порядка и его формула передаточной функции. (б) Большая крутизна в сторону более высоких частот достигается путем стыковки нескольких RC-фильтров. Передаточная функция является результатом умножения передаточной функции каждого фильтра.

половину. Амплитуда, пропорциональная квадратному корню из мощности, уменьшается на $1/\sqrt{2} = 0.707$ на f_{3dB} .

Для фильтра, описываемого уравнением 10, частота среза равна $f_{3dB} = 1/(2\pi\tau)$. Из рисунка 7 (б) видно, что фильтр нижних частот также вводит частотно-зависимую фазовую задержку, равную $\arg[H(\omega)]$.

По сравнению с идеализированным прямоугольным фильтром, фильтр первого порядка имеет довольно слабую крутизну. Для увеличения крутизны обычно каскадируют несколько таких фильтров. Для каждого добавленного фильтра порядок фильтрации увеличивается на 1. Поскольку выход одного фильтра становится входом следующего, мы можем просто умножить их передаточные функции. Таким образом, из уравнения 9 мы получаем следующую передаточную функцию фильтра n -го порядка:

$$H_n(\omega) = H_1(\omega)^n = \left(\frac{1}{1 + i\omega\tau} \right)^n \quad (11)$$

Его затухание в n раз превышает затухание фильтра первого порядка, а общая крутизна составляет $n \times 20$ дБ/дек. Частотные характеристики RC-фильтра 1-го, 2-го, 4-го и 8-го порядков показаны на рис. 7 (а) и (б). Чем выше порядок фильтра, тем ближе передаточная функция амплитуды к передаточной функции идеального прямоугольного фильтра. В то же время фазовая задержка увеличивается с порядком фильтрации. Для приложений, где фаза используется применительно к обратной связи в системе, например для контуров ФАПЧ, любая дополнительная задержка фазы может ограничить стабильность и полосу пропускания контура управления.

На рис. 8 (а) и (б) показаны графики Боде для фильтров разных порядков с одинаковыми полосами пропускания f_{3dB} , но разными временными константами. В таблице 1 приведены численные зависимости между соответствующими свойствами фильтра.

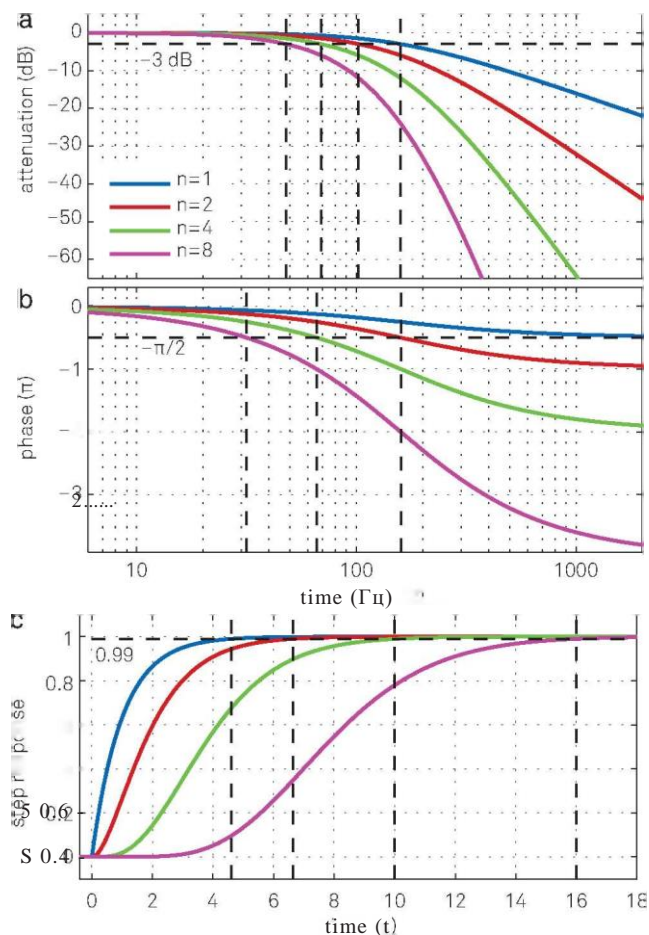


Рисунок 7. Синие графики в (а) и(б) показывают передаточную функцию $H(\omega)$ RC-фильтра в виде графика Бode. Передаточные функции для фильтров более высокого порядка ($n = 2, 4, 8$) с теми же постоянными времени фильтра τ , также строятся и явно имеют гораздо меньшую полосу пропускания сигнала f_{3dB} . (с) Связанные переходные характеристики во временной области. Каскадирование нескольких фильтров приводит к значительному увеличению времени установления для достижения одного и того же уровня точности. Это связано с большей фазовой задержкой, которая вытекает из (б). Одна из дополнительных приятных особенностей каскадного RC-фильтра или фильтра интегратора заключается в том, что он не имеет превышения во временной области, что является проблемой, например, с фильтром Баттерворта.

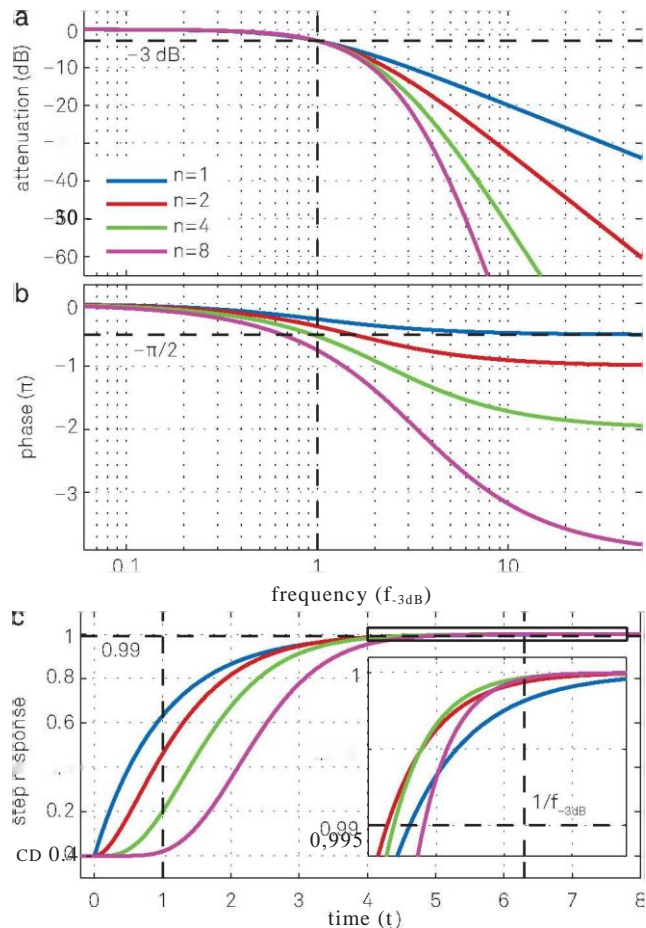


Рисунок 8. Тот же набор графиков, что и на рис. 7, но на этот раз все фильтры имеют одну и ту же частоту среза f_{3dB} , но разные временные константы $\tau = 0,16; 0,10; 0,069; 0,048$. (а) Фильтры более высокого порядка показывают высокую крутизну в сторону более высоких частот. (б) Фильтры более высокого порядка имеют большие фазовые задержки, что может отрицательно сказаться на применении обратной связи. (с) Переходная характеристика, как функция времени в единицах постоянной времени τ фильтра первого порядка. Хотя фильтры более низкого порядка быстрее реагируют на изменение входного сигнала в начале, это преимущество уменьшается с течением времени, и в какой-то момент фильтры более высокого порядка даже “обгоняют” фильтры более низкого порядка, как видно из вставки.

Порядок	Постоянная времени	Крутизна		Ширина полосы пропускания в единицах $1/\tau$			Время установления в единицах τ			
		дБ/окт	дБ/дек	f_{3dB}	f_{NEP}	f_{NEP}/f_{3dB}	63.2%	90%	99%	99.9%
1	1	6	20	0,159	0,250	1,57	1,00	2,30	4,61	6,91
2	1	12	40	0,102	0,125	1,23	2,15	3,89	6,64	9,23
3	1	18	60	0,081	0,094	1,16	3,26	5,32	8,41	11,23
4	1	24	80	0,069	0,078	1,13	4,35	6,68	10,05	13,06
5	1	30	100	0,061	0,069	1,12	5,43	7,99	11,60	14,79
6	1	36	120	0,056	0,062	1,11	6,51	9,27	13,11	16,45
7	1	42	140	0,051	0,057	1,11	7,58	10,53	14,57	18,06
8	1	48	160	0,048	0,053	1,10	8,64	11,77	16,00	19,62

Таблица 1. Обзор свойств RC-фильтров $n^{\text{го}}$ порядка с одной и той же постоянной времени. Динамические приложения обычно учитывают f_{3dB} и время установления, в то время как для измерений шума учет правильного f_{NEP} является ключевым фактором для достижения точных результатов. С помощью приведенных выше соотношений можно легко вычислить постоянные времени фильтрации для фильтров с одинаковой полосой пропускания, но разного порядка.

Для измерения шума часто более полезно указать фильтр с точки зрения его эквивалентной полосы пропускания шумовой мощности f_{NEP} , а не полосы пропускания 3 дБ f_{-3dB} . Эквивалентная полоса пропускания мощности шума - это частота среза идеального прямоугольного фильтра, который передает такое же количество белого шума, как и фильтр, который мы хотим указать. Для каскадных RC-фильтров коэффициент преобразования между f_{NEP} и f_{-3dB} приведен в Таблице 1.

После смещения входного сигнала $V_s(t)$ с опорным сигналом $\sqrt{2} \exp(-i\omega_r t)$, спектр входного сигнала смещается на частоту демодуляции ω_r и становится $V_s(\omega - \omega_r)$. Фильтрация нижних частот дополнительно преобразует спектр путем умножения на передаточную функцию фильтра $H_n(\omega)$. Демодулированный сигнал $Z(t)$ содержит все частотные компоненты около опорной частоты, взвешенные характеристикой фильтра

$$Z(\omega) = V_s(\omega - \omega_r) H_n(\omega). \quad (12)$$

Это уравнение ясно показывает, что демодуляция ведет себя как полосовой фильтр в том, что она выбирает частотный спектр, центрированный на f_r и расширяющийся с каждой стороны на f_{-3dB} . Кроме того, показано, что можно восстановить спектр входного сигнала около частоты демодуляции f_r , разделив преобразование Фурье демодулированного сигнала на передаточную функцию фильтра. Эта форма спектрального анализа часто используется анализаторами спектра на БПФ и иногда называется zoomFFT [12].

Фильтр нижних частот во временной области

Параметры фильтра во временной области лучше всего отображаются его переходной характеристикой, как показано на рис. 7 (с) и рис.8 (с). Эти графики соответствуют ситуации, когда входной сигнал фильтра изменяется ступенчато от 0 до 1. Потребуется определенное количество времени, прежде чем на выходе фильтра появится установившийся новый сигнал. Для того чтобы точно измерить сигнал, прошедший через фильтр, экспериментатор должен подождать достаточно долго, прежде чем приступить к измерению.

В таблице 1 приведены времена достижения 63,2%, 90%, 99% и 99,9% конечного значения для фильтров разных порядков, но одинаковой постоянной времени τ . Предположим, что у нас есть сигнал 1 МГц и мы хотим использовать фильтр 4-го порядка с полосой пропускания 1 кГц около 1 МГц. Из цифр, приведенных в Таблице 1, можно сделать вывод, что постоянная времени составляет 69 мкс, а время установления до точности 1% - 0,7 мс.

Динамика сигнала и полоса пропускания демодуляции

Установка полосы пропускания демодуляции часто является компромиссом между временным разрешением и SNR. Рассмотрим амплитудно-модулированный (АМ) входной сигнал с несущей частотой $f_c = \omega_c/2\pi$,

$$V_s(t) = [1 + h \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t + \varphi_c) \quad (13)$$

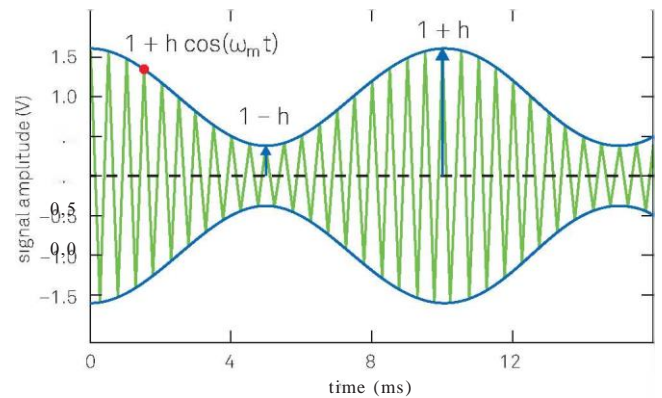


Рисунок 9. Амплитудно-модулированный сигнал: зеленый график является несущим входным сигналом (отображается на более низкой частоте для ясности). Синий график указывает на амплитуду сигнала, которая является огибающей входного сигнала.

представленный на рисунке 9 в качестве примера для обсуждения того, как могут быть выполнены требования для различных экспериментальных вопросов. Амплитуда сигнала $R(t) = 1 + h \cos(\omega_m t)$, синий график на рисунке 9, модулируется на частоте $f_m = \omega_m/2\pi$ вокруг среднего значения 1, где индекс модуляции h характеризует величину модуляции. В этом примере мы выбираем несущую и модуляционную частоты $f_c = 2$ кГц и $f_m = 100$ Гц соответственно.

Используя комплексное представление, введенное на Рисунке 3, Рисунок 10 (а) показывает АМ сигнал после смещения. Его модуль $|1 + h \cos(\omega_m t)|$ зависит от времени, но его угол постоянен. Член $\cos(\omega_m t)$ представляет собой сумму двух встречно вращающихся векторов $\exp(i\omega_m t)$ и $\exp(-i\omega_m t)$. Эти два вектора представляют собой верхнюю и нижнюю боковые полосы частотного спектра амплитудно-модулированного сигнала, как показано на рис. 10 (d). На рис. 10 (b) и (c) показаны соответственно квадратурная и синфазная компоненты.

Большинство приложений требуют измерения следующих величин:

1. временная зависимость амплитуды $R(t) = 1 + h \cos(\omega_m t)$
2. среднее значение амплитуды $\langle R(t) \rangle$
3. индекс модуляции h

В первой ситуации мы хотели бы, чтобы демодулированный сигнал следовал за изменением амплитуды с частотой f_m . Для этого требуется полоса пропускания фильтра значительно больше, чем f_m . Рассмотрим, например, фильтр 4-го порядка с полосой пропускания $f_{-3dB} = 500$ Гц. При таком выборе передача на $f_m = 100$ Гц (то есть на расстоянии 100 Гц от несущей f_c) составляет около 98,5%, а фазовая задержка составляет около 20° , как можно рассчитать из уравнения 11 и Таблицы 1. Другими словами, на модуляционный сигнал фильтр влияет лишь незначительно. Демодулированный сигнал отображается в виде пунктирной черной линии на рис. 10 (b) и (c). Помимо желаемого подавления/пропускания боковой полосы и фазовой задержки, количество шума в измерении является важным критерием при выборе фильтра. Рисунок 11 иллюстрирует это

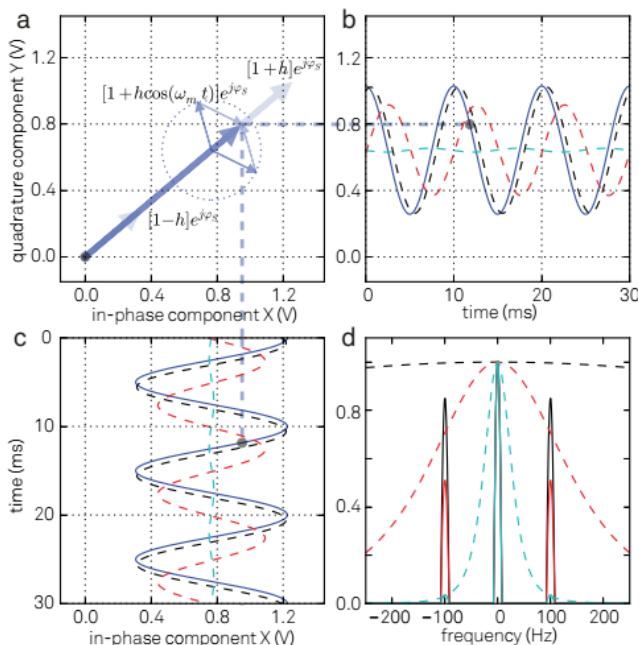


Рисунок 10. (а) Амплитудно-модулированный сигнал во вращающейся системе отсчета представляет собой вектор с зависящей от времени длиной. Мгновенный сигнал представлен толстым синим вектором; более тонкие векторы отображают две боковые полосы АМ сигнала. (b) и (с) квадратурная и синфазная составляющие демодулированного входного сигнала: синий график - это нефильтрованный сигнал, пунктирный черный, красный и голубой графики - это отфильтрованные сигналы с $f_{\text{зав}} = 500$ Гц, 100 Гц и 20 Гц соответственно. (d) Частотный спектр демодулированного сигнала после фильтрации с тремя различными полосами пропускания (черная, красная и голубая кривые).

с АМ-сигналом с относительно сильным шумом после демодуляции В (а). Панель (b) показывает тот же сигнал после фильтрации с частотой среза, равной частоте модуляции. Хотя этот фильтр устраняет большую часть шума, он вносит систематические изменения в амплитуду и фазу, которые необходимо скорректировать, чтобы получить точные результаты.

Для второго набора требований частотные компоненты, соответствующие боковым полосам, отклоняются путем уменьшения полосы пропускания фильтра до значения, меньшего, чем f_m . Фильтр 4-го порядка с $f_{\text{зав}} = 20$ Гц, пунктирная голубая линия на рис. 10 (d), подавляет боковые полосы на 0,03 или 30 дБ. Рисунок 11 (с) иллюстрирует влияние такого сильного фильтра на результаты измерений.

В третьем случае мы хотим знать индекс модуляции h , но не должны разрешать полную динамику сигнала. Это используется, например, в силовой микроскопии зонда Кельвина, где h -мера электростатической силы между зондом и образцом в ответ на переменное напряжение на частоте f_m . Поскольку индекс модуляции пропорционален амплитуде боковых полос, это измерение может быть выполнено путем применения узких фильтров вокруг боковых полос на $f_c - f_m$ и $f_c + f_m$. Для этого есть два способа: так называемая tandemная демодуляция или прямая боковая демодуляция.

При tandemной демодуляции мы сначала выполняем широкополосную демодуляцию вокруг центральной частоты. Результирующий сигнал, обычно похожий на тот, что показан на рис.11 (а), затем снова демодулируется на частоте f_m . Модулирующая

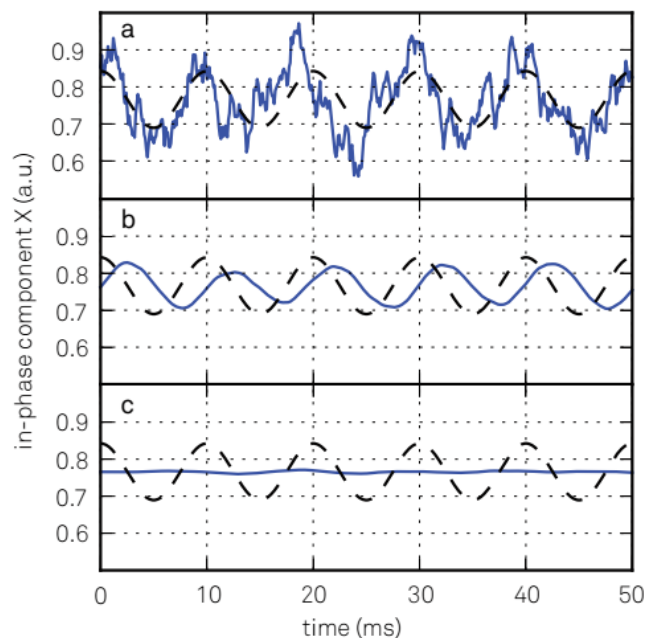


Рисунок 11. (а) Зашумленный входной сигнал будет производить зашумленный демодулированный сигнал, синий график. Основной сигнал без шума строится в виде черного пунктирного графика. (b) Применение фильтра с полосой пропускания $f_{\text{зав}} = f_m = 100$ Гц устранит большую часть шума, но также повлияет на обнаруженный сигнал. (с) То же, что и (b), но с $f_{\text{зав}} = f_m/5 = 20$ Гц.

частота, доступная с помощью этого метода, не может быть больше максимальной полосы демодуляции первого синхронного усилителя. При прямой демодуляции боковой полосы сигнал демодулируется на $f_c \pm f_m$ за один шаг, и доступные частоты модуляции ограничиваются только частотным диапазоном синхронного усилителя. Кроме того, прямая демодуляция боковой полосы работает с одним синхронным усилителем вместо двух и поэтому обычно является предпочтительным выбором.

Достижение высокого SNR

Уменьшение полосы пропускания фильтра обычно приводит к более высокому SNR за счет временного разрешения. Какие еще меры могут быть приняты для улучшения SNR?

Если уровень сигнала не может быть увеличен, то шум должен быть уменьшен или предотвращен настолько, насколько это возможно. Однако шум всегда присутствует в аналоговых сигналах и возникает из различных источников, некоторые из которых имеют фундаментальное происхождение, например, шум Джонсона-Найквиста (тепловой), дробовой шум и фликкер-шум, в то время как другие имеют техническое происхождение, как, например, контуры заземления, помехи, перекрестные помехи, шум 50-60 Гц или электромагнитный прием. Величина случайного напряжения шума $V_{\text{noise}}(t)$ определяется его стандартным отклонением. В частотной области шум характеризуется его спектральной плотностью мощности $|v_n(\omega)|^2$ в единицах $\text{В}^2/\text{Гц}$ или $|v_n(\omega)|$ в единицах $\text{В}/\sqrt{\text{Гц}}$.

Качественный спектр на рис. 12 показывает, что различные источники шума имеют различные частотные зависимости: в то время как шум Джонсона-Найквиста имеет плоский спектр для всех практических частот и, следовательно,

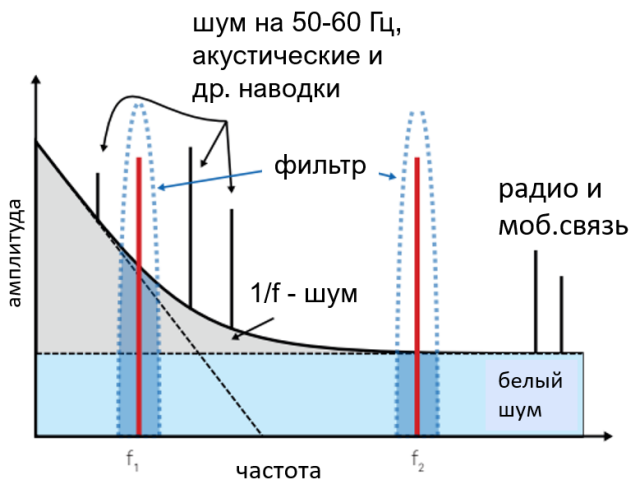


Рисунок 12. Качественный шумовой спектр в типичном эксперименте. Частота измерения должна быть выбрана в области с небольшим фоном, избегая каких-либо дискретных пиков, приходящих из технических источников. В данном примере f_2 будет давать лучшие результаты, чем f_1 для той же полосы пропускания фильтра, так как он расположен в чистой области белого шума

вносит вклад в “белый шум”, фликкер-шум имеет частотную зависимость $1/f$ (“розовый шум”). Если есть некоторая свобода в выборе частоты модуляции, мы можем увеличить масштаб в той части спектра, где уровень шума самый низкий. Часто более высокие частоты, где спектр состоит из характеристик белого шума, работают лучше всего. Рисунок 12 иллюстрирует этот подход: количество шума внутри фильтра, обозначенное синими и серыми заполненными областями, больше, например, в области низкочастотного шума $1/f$. Следовательно, SNR на f_2 выше, чем на f_1 , используя ту же полосу пропускания фильтра, потому что плотность шума ниже, пока удастся избегать таких источников шума, как радио и беспроводная связь. Чтобы дать более количественный пример, предположим, что мы хотим измерить синусоидальный сигнал с амплитудой 1 мкВ на резисторе 1 МОм с SNR больше 10. Такой резистор R проявляет тепловой шум со спектральной плотностью мощности $\overline{v_n^2} = 4k_BTR$, которая составляет примерно $\sqrt{\overline{v_n^2}} = 0.127\sqrt{R} \text{ нВ}\sqrt{\text{Гц}}$ =

$127 \text{ нВ}\sqrt{\text{Гц}}$ при комнатной температуре $T = 300 \text{ К}$ ¹. В этом примере тепловой шум идентифицируется как доминирующий источник шума. Он явно сильнее, чем входной шум синхронного усилителя, обычно составляющий менее $10 \text{ нВ}\sqrt{\text{Гц}}$. Таким образом, мы можем вычислить SNR как

$$SNR = \frac{1 \text{ мкВ}}{127 \text{ нВ}\sqrt{\text{Гц}} \cdot \sqrt{f_{NEP}}} = 10 \quad (14)$$

Решая это уравнение для f_{NEP} , мы вычисляем, что нам нужно выбрать полосу пропускания фильтра NEP 620 мГц или меньше, чтобы достичь $SNR = 10$. Мы выбираем фильтр $4^{\text{-го}}$ порядка. Из Таблицы 1 можно рассчитать соответствующую частоту среза $f_{3dB} = 549 \text{ мГц}$, постоянную времени $\tau = 126 \text{ мс}$, а время установления до 1% составляет $1,26 \text{ с}$. Чтобы еще больше увеличить SNR в 10 раз, нам нужно было бы уменьшить пропускную способность фильтра в 100 раз,

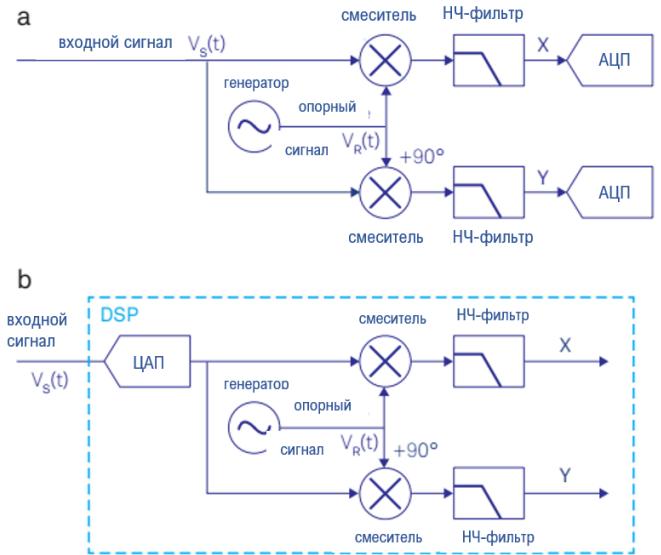


Рисунок 13. (а) Аналоговый синхронный усилитель: сигнал разделяется на два тракта, смешивается с опорным сигналом, фильтруется и затем преобразуется в цифровой. (б) Цифровой синхронный усилитель: сигнал оцифровывается, а затем умножается на опорный сигнал и фильтруется.

потому что амплитуда шума пропорциональна квадратному корню из полосы пропускания. Время установления до 1% затем увеличивается до более чем 2 минут. Метод работы синхронного усилителя может поддерживать такие длительные измерения, поскольку он нечувствителен к дрейфу смещения постоянного тока во входном сигнале. Тем не менее, другие источники дрейфа, такие как изменение сопротивления ТУ или коэффициента усиления усилителя, могут влиять на длительные измерения. Тогда решающее значение имеет поддержание стабильных условий и особенно постоянной температуры.

Текущее состояние техники

С начала 1930-х годов синхронные усилители прошли долгий путь. Отталкиваясь от вакуумных трубок как базовой приборной технологии, мы отмечаем, что переход к цифровым технологиям идет полным ходом, но еще не завершен. В цифровых блокирующих усилителях входной сигнал немедленно преобразуется в цифровую область аналого-цифровым преобразователем (АЦП), и все последующие шаги затем выполняются численно с помощью цифровой обработки сигналов (ЦСП), как показано на рис.13(б). В отличие от этого, аналоговые синхронные усилители используют для обработки сигналов аналоговые элементы, такие как управляемые напряжением генераторы, смесители и простые RC-фильтры. Существуют также гибридные версии [9], как показано на рис.13 (а), которые оцифровывают сигналы только после аналоговой стадии смешения до или после фильтрации.

Переход от аналогового к цифровому способствовал появлению АЦП и ЦАП со все возрастающей скоростью, разрешением и линейностью. Эта развитие помогло расширить частотный диапазон, входной шум и динамический резерв до новых пределов. Кроме того, цифровая обработка сигналов гораздо менее подвержена ошибкам, возникающим из-за рассогласования в сигнальных трактах, перекрестных помех и дрейфов, вызванных, например, перепадами температур.

¹ постоянная Больцмана $k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ В}^2/(\text{Ом Гц К})$



Рис.14. Zurich Instruments UHF Lock-in Amplifier Синхронный усилитель, представляющий собой современное состояние технологии. Пропускная способность входна 600 МГц, а также полоса демодуляции 5 МГц делают его на сегодняшний день самым быстрым синхронным усилителем на рынке. Кроме того, прибор шириной 19 дюймов объединяет в себе наибольшее количество функциональных возможностей, см. рис.16, обеспечивая при этом самое современное программное обеспечение для управления приборами LabOne® (см. рис. 15).

Это особенно важно на более высоких частотах. Но самым большим преимуществом цифрового подхода, вероятно, является возможность анализировать сигнал несколькими способами одновременно без потери SNR. Как уже упоминалось ранее, это позволяет не только лучше проводить двухфазную демодуляцию, но и проводить анализ нескольких частотных составляющих сигнала непосредственно, без необходимости каскадирования нескольких приборов со всеми сопутствующими вредными эффектами.

После перехода от аналогового к цифровому, еще один значительный шаг инноваций был вызван наличием полевых программируемых вентиляционных матриц (ПЛИС) с высокой вычислительной мощностью, обильной памятью и скоростью работы. ПЛИС воспринимаются как цифровые часовые механизмы, которые могут быть гибко запрограммированы для выполнения практически любой желаемой задачи обработки сигналов в реальном времени. Естественным расширением синхронных усилителей является добавление анализа во временной области и частотной области до и после демодуляции, что в противном случае было бы сделано с помощью отдельного осциллографа и анализатора спектра. Кроме того, один прибор может содержать усреднители с узкополосными фильтрами для анализа сигналов с низким рабочим циклом (или высокой скважностью), ПИД-и ФАПЧ-контроллеры для контуров обратной связи и арифметические блоки для обработки измерительных данных в реальном времени. Затем измеряемые сигналы могут быть переданы на компьютер для дальнейшего анализа. Если требуется аналоговый интерфейс с другому прибору, то данные измерений из различных функциональных блоков легко преобразуются обратно в аналоговую область с помощью ЦАП высокого разрешения.

Самым передовым инструментом на сегодняшний день в отношении скорости и уровня интеграции является Zurich Instruments UHF Lock-in Amplifier [13], представленный в 2012 году. На рис. 14 показана передняя панель прибора. UHF Lock-in Amplifier имеет входную полосу пропускания сигнала 600 МГц и максимальную полосу демодуляции 5 МГц, что делает его на сегодняшний день самым быстрым синхронным усилителем на рынке. Несмотря на высокую скорость, он по-прежнему обеспечивает исключительные характеристики входного шума всего $4 \text{ nV}\sqrt{\text{Гц}}$ и динамический резерв 100 дБ.

Высокий уровень интеграции показан на рис. 16, где показаны основные функциональные компоненты UHF Lock-in Amplifier и их взаимосвязи. Функциональность, которая раньше требовала целой стойки приборов, теперь помещается в одном корпусе, размером не больше обувной коробки.

Очевидно, что богатство функциональных возможностей, показанное на рис.16, не может управляться с помощью нескольких ручек и кнопок на передней панели. Вместо этого UHF Lock-in Amplifier полностью управляется с компьютера, работающего под управлением LabOne®, программного обеспечения для управления приборами, использующего новейшую браузерную технологию, которая обеспечивает графический пользовательский интерфейс для любого устройства с веб-браузером, см. рис. 15. Высокоуровневые приборы, такие как параметрический вариатор, программный триггер или ПИД-советник, используют доступную вычислительную мощность главного компьютера для выполнения задач измерения, что повышает уверенность в результатах измерений и обеспечивает более эффективный рабочий процесс. Кроме того, LabOne также предлагает программные интерфейсы для LabVIEW®, MATLAB®, Python и C#, чтобы удобно интегрировать измерительный прибор в существующие среды управления экспериментом.



Рис.15. Пользовательский интерфейс LabOne® синхронного усилителя UHF Lock-in Amplifier использует самую новую браузерную технологию. Прибор может управляться из нескольких сессий нескольких браузеров, работающих на нескольких компьютерах, планшетах и т.д. одновременно. Каждый инструмент анализа и контроля сигналов имеет специальную вкладку. Некоторые функциональные возможности интуитивно отображаются в виде блок-схем.

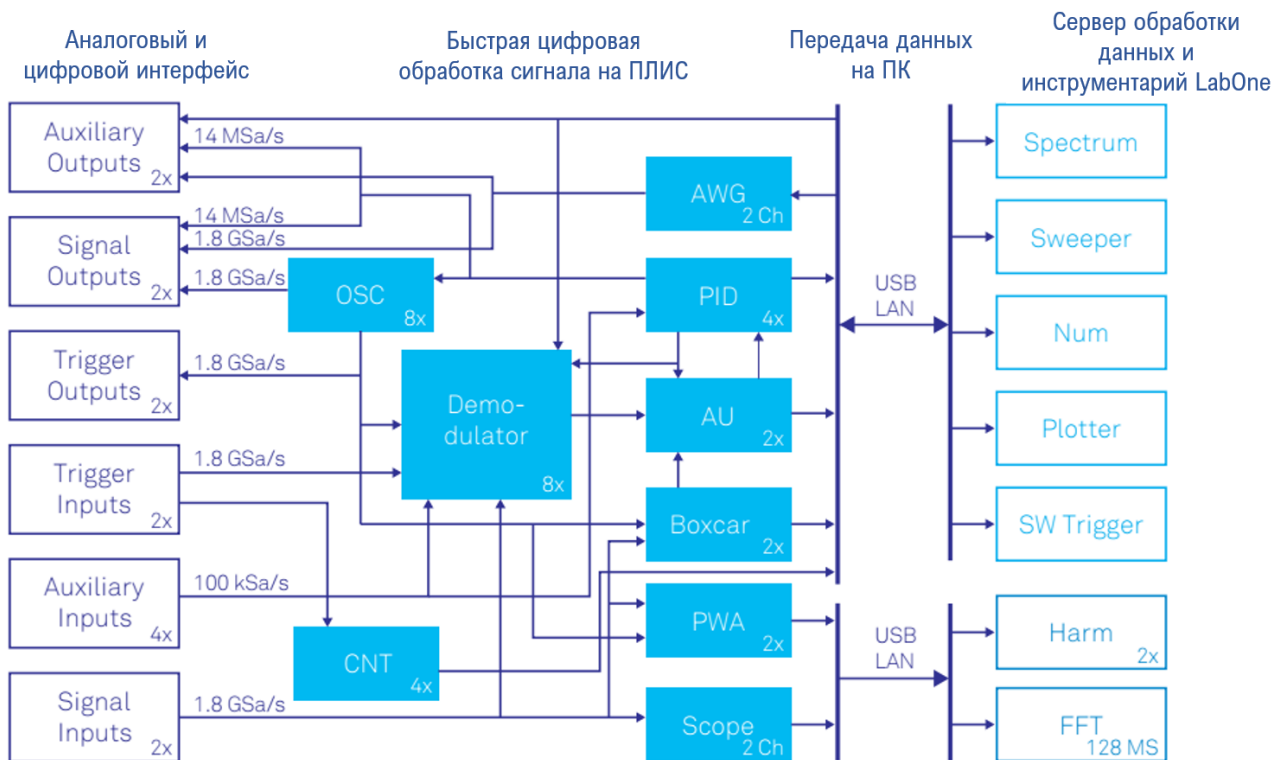


Рис.16. Структурная схема, показывающая основные функциональные объекты Zurich Instrument UHFLI и поток сигналов между ними. Быстрая цифровая обработка сигнала происходит внутри ПЛИС прибора с тактовой частотой 450 МГц, а также на компьютере, подключенном через USB или 1GbE, работающем с программным обеспечением управления прибором LabOne®. Основными функциональными компонентами внутри прибора являются 8 двухфазных демодуляторов, осциллограф (Scope) с функцией дигитайзера (DIG) и БПФ, ПИД-модули с возможностью ФАПЧ, арифметический блок (AU), усреднитель с узкополосным фильтром (boxcar) с анализатором периодических сигналов (PWA) и модуль счетчика импульсов (CNT). Для генерации сигнала прибор имеет генераторы синусоидальных сигналов (OSC) и генераторы сигналов произвольной формы (AWG) для сложных форм сигналов. Управляющая программа LabOne, работающая на ПК, добавляет параметрический вариатор, анализатор спектра, дисплей числовых параметров (Num), плоттер, программный триггер для анализа во временной области и анализатор гармоник (Harm).

Список использованной литературы

- [1] C. R. Cosens. Abalance-detector for alternating-current bridges. Proceedings of the Physical Society, 46:818, 1934.
- [2] W. C. Michels. A DoubleTube Vacuum Tube Voltmeter. Rev. Sci. Instrum., 9:10,1938.
- [3] W. C. Michels and N. L. Curtis. A Pentode LockIn Amplifier of High Frequency Selectivity. Rev. Sci. Instrum., 12:444, 1941.
- [4] Interview of Robert Dicke by Martin Hawrit. Niels Bohr Library and Archives, College Park, MD: American Institute of Physics, 1985, [web link](#). Accessed: 2016-11 -21.
- [5] Zurich Instruments HF2LI. [Product web page](#). Accessed: 2016-11 -21.
- [6] A. M. Skellett. The Coronaviser, an Instrument for Observing the Solar Corona in Full Sunlight. Proc Natl Acad Sci USA, 26(6): 1936-1940, 1940.
- [7] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. Twodimensional magnetotransport in the extreme quantum limit. Phys. Rev. Lett., 48:1559,1982.
- [8] L. Gross et al. Bond-Order Discrimination by Atomic Force Microscopy. Science, 337(6100):1326, 2012.
- [9] Stanford Research SR844. [Product web page](#). Accessed: 2016-11 -21.
- [10] [Wikipedia Article: Fourier Transform](#). Accessed: 2016-11 -21.
- [11] [Wikipedia Article: Fourier Series](#). Accessed: 2016-11 -21.
- [12] N. Thrane. Zoom-FFT. Bruel & Kjsr Technical Review, (2):3,1980.
- [13] Zurich Instruments UHFLI. [Product web page](#). Accessed: 2016-11 -21.